TEMATY KONSERWATORIUM

z przedmiotu Astronomia z Astrofizyką

W zadaniach 1– 10 wyprowadzić (i zastosować) wzory określające:

1. Związek między współrzędnymi horyzontalnymi i równikowymi, w tym określić kąt godzinny t dla chwili wschodu i zachodu danego ciała niebieskiego w miejscowości M.
2. Związek kąta godzinnego Słońca prawdziwego z czasem lokalnym (prawdziwym i gwiazdowym) oraz strefowym, w tym środkowo-europejskim (CSE).
3. Odległość danego obiektu poprzez paralaksę horyzontalną p'' i roczną π'' (wyrażone w sekundach łuku).
4. Odległość d_R (tzw. Granicę Roche'a) Księżyca od Ziemi, na której siły pływowe Ziemi mogą rozerwać Księżyc na kawałki.
5. Pierwszą i drugą prędkość kosmiczną w polu grawitacyjnym ciała o danej masie m i promieniu r.
6. Dolną granicę pracy niezbędnej dla przeniesienia masy m z powierzchni Ziemi:
   - do nieskończoności (przyjmując Ziemię jako układ odosobniony),
   - na powierzchnię Księżyca.
7. Trzecie uogólnione prawo Keplera dla układu dwóch ciał, przy upraszczającym założeniu, że oba ciała obiegają wspólny środek masy po okręgach.
8. Masę planety przez parametry orbit planety i jej satelity oraz przez masę Słońca.
9. Związek wielkości widomej m i absolutnej M dla danej gwiazdy oraz związek dla układów: podwójnego, $m=m(m_1,m_2)$, i wielokrotnego (np. gromady kulistej, przy założeniu, że składa się ona z k jednakowych gwiazd o jasnościach m_0), tj. $m=m(k,m_0)$.
10. Wielkość gwiazdowa $m=m(r,\rho)$ planety, jako funkcję odległości planety od Słońca r i od Ziemi ρ. Przyjąć jakąś szczególną wartość $m_0(r_0,\rho_0)$ jako znaną.
11. Wychodząc z założenia, że gwiazdy promieniują w przybliżeniu zgodnie z prawem Wiena, wyprowadzić wzory określające:
    a) temperaturę barwną T_b;
    b) temperaturę gradientową T_g (zróżniczkować względem zmiennej λ^{-1})
    c) prawo przesunięć Wiena $\lambda_{max}=c_1/T$ (oraz $\nu_{max}=c_2T$); czy jest tak, że $\nu_{max}\lambda_{max}=c$, podobnie jak jest $\nu\lambda=c$? Dlaczego?
12. Zakładając, że Słońce i planety Układu Słonecznego zachowują się jak ciała doskonale czarne, a w szczególności spełniają prawo Stefana-Boltzmanna, wyprowadzić wzory określające:
    a) temperaturę efektywną Słońca $T_{ef}^{\odot}$ (przyjąć stałą słoneczną S jako znaną)
    b) temperaturę „czarną" dla danej planety jako funkcję jej odległości od Słońca r oraz $T_{ef}^{\odot}$ lub stałej S.
13. Wyprowadzić wzór wiążący: wielkość gwiazdową absolutną M, promień R i temperaturę efektywną T_{ef} gwiazdy. Jako szczególny przypadek rozważyć Słońce. Podać wzór, w którym ww. parametry gwiazdy są wyrażone w jednostkach słonecznych.
14. Hipotetyczna linia widmowa (np. sodu) jest skrajnie wąska i ma „spoczynkową" długość fali równą λ_0=5000Å. W sposób przybliżony ocenić jej maksymalne rozmycie, wynikłe z rotacji Słońca. (Przyjąć najprostszy model, iż jednym źródłem światła jest zbliżający się, a drugim – oddalający się skraj Słońca na jego równiku).
15. Przez atmosferę gwiazdy rozumie się zewnętrzną otoczkę (o grubości geometrycznej H), która w widmie ciągłym (np. przy λ=5000Å) ma grubość optyczną $\tau_\lambda \equiv \int_0^H \kappa_\lambda \rho dx \approx 1$. W przypadku Słońca $H \approx 1000$km. Ocenić grubość atmosfery u gwiazd a) olbrzyma, b) białego karła, c) wychłodzonej gwiazdy neutronowej, przy założeniach, że temperatura i masa gwiazdy są takie, jak u Słońca, natomiast promienie są równe odpowiednio: 10, 10^{-2} i $10^{-5}R_\odot$.

16. Ocenić średnie wartości: a) gęstości, b) ciśnienia, i c) temperatury w Słońcu. (Wskazówka. Można zastosować najprostszy model: Słońce jest kulą jednorodną; oceniamy średnie wartości p i T na płaszczyźnie przecinającej kulę na dwie równe połowy.)
17. Promień działania sił jądrowych jest rzędu 1 fermiego ($1\mathrm{f}=10^{-15}\mathrm{m}$). Ocenić maksymalną wysokość bariery potencjału odpychania między protonami. W Słońcu jest — $T_{\mathrm{centr}}=1{,}7*10^7\mathrm{K}$. Ocenić: a) jaka jest średnia energia kinetyczna protonów w środku Słońca i b) jaka powinna być temperatura, aby protony mogły przechodzić nad tą barierą.
18. Dla gwiazd ciągu głównego (cg) o masach $(1/2) \leq \mathrm{M}/\mathrm{M}_\odot \leq 10$ dzielność promieniowania L w fazie spalana wodoru jest $E \sim M^4$. Przyjmując, że jest $\mathrm{E}=\mathrm{L} \cdot \tau_{\mathrm{cg}}$, gdzie τ_{cg} jest czasem przebywania na ciągu głównym, ocenić τ_{cg} dla gwiazd o masach od $50\mathrm{M}_\odot$ do $0{,}01\ \mathrm{M}_\odot$. Dla Słońca jest $\tau_{\mathrm{cg}}^{\odot}=10^{10}$lat.
19. W przybliżeniu tzw. post-newtonowskim (w którym stosuje się potencjały Newtona, a kwantowi, o częstości ν_0, przypisuje się masę $m_{\nu_0} = h\nu_0 / c^2$) wyprowadzić wzór na przesunięcie grawitacyjne kwantu emitowanego z powierzchni gwiazdy o promieniu R i masie M: $\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = \frac{GM}{c^2 R}$. Zastosować do białego karła: $M=1M_\odot$, $r=10^{-2}R_\odot$ i do światła widzialnego.
20. Z twierdzenia o wiriale wynika, że obłok materii międzygwiazdowej staje się grawitacyjnie niestabilny, gdy moduł energii potencjalnej jest co najmniej dwukrotnie większy od energii kinetycznej. To samo innymi słowami: obłok o masie M zapada się grawitacyjnie, jeśli jest $M>M_{\mathrm{J}}$, gdzie: $M_{\mathrm{J}} = \left(\frac{kT}{\mu m_{\mathrm{H}} G} \right)^{3/2} . \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ jest tzw. masą Jeansa. Wyprowadzić wzór określający:
    a) Masę Jeansa M_{J} w oparciu o:
       α) ww. wniosek z twierdzenia o wiriale,
       β) analizę wymiarową i wyjściowy postulat, że $M_{\mathrm{J}}=CP^{\alpha}G^{\beta}\rho^{\gamma}$ (C – stała bezwymiarowa, ρ – gęstość, μ – masa zredukowana, m_{H} – masa atomu wodoru).
    b) Długość Jeansa $\lambda_{\mathrm{J}} \cong \left(\frac{kT}{\mu m_{\mathrm{H}} G \rho} \right)^{1/2}$, określającą liniowy rozmiar, powyżej którego obłok traci stabilność.

    [Wskazówka do p. (α,β): obie strony muszą mieć wymiar kg]
21. We wnętrzach gwiazd o masach $\mathrm{M}>10\mathrm{M}_\odot$ po wyczerpaniu źródeł energii jądrowej powstaje jądro żelazowe o masie $M_{\mathrm{Fe}} \geq 1{,}5M_\odot$. W warunkach wysokich temperatur (typowych dla tej fazy ewolucji), tj, przy $T \approx 10^8 - 10^9\mathrm{K}$, jądro żelazowe jest niestabilne grawitacyjnie i zapada się tworząc (zależnie od masy) gwiazdę neutronową, lub czarną dziurę. Ocenić rząd wielkości energii wydzielonej przy takiej zapaści. Czy energii tej wystarczy na wyjaśnienie zjawiska gwiazdy supernowej? (Dla gwiazdy neutronowej przyjąć R=10km).Ocenić kres obrotu nowo powstałej gwiazdy neutronowej (pulsara) i rząd wielkości natężenia pola magnetycznego. Przyjąć założenia, że w trakcie kolapsu moment obrotowy $\vec{K}$ jest zachowany i nie ma dyssypacji pola magnetycznego (pole jest „wmrożone" w materię). Przyjąć ponadto dla gwiazdy przed kolapsem $R_0=1\mathrm{R}_\odot$, $P_0=25^{\mathrm{d}}$, $H_0=100\mathrm{Oe}$. Założyć, że gwiazda po kolapsie jest kulą jednorodną, a więc, że jest: $\vec{K} = I \cdot \vec{\omega} = \left((2/5) MR^2 \right) \cdot \vec{\omega}$ [I – moment bezwładności, $\vec{\omega}$ – wektor prędkości kątowej].

Bolesław Grabowski