

## WYZNACZANIE MODUŁU SZTYWNOŚCI METODĄ DYNAMICZNĄ

(wersja skrócona)

## I. Zagadnienia

1. Własności sprężyste ciał – prawo Hooke’a.
2. Moment siły.
3. Prawa dynamiki bryły sztywnej.
4. Drgania harmoniczne proste.
5. Związek między modułem sztywności i momentem sił skręcających drut.

## II. Literatura

1. S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, tom 1.
2. A. Piekara, Mechanika ogólna.
3. Cz. Bobrowski, Fizyka – krótki kurs.
4. H. Szydłowski, Pracownia fizyczna.
5. T. Dryński, Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki.
- 6.

## III. Podstawowe wzory niezbędne do opracowania ćwiczenia

Moduł sztywności wyznacza się za pomocą wahadła torsyjnego.

Po skróceniu drutu wahadła o pewien kąt  $\alpha$  (patrz rysunek obok), zaczyna ono drgać pod wpływem momentu siły skręcającej:

powodującego powrót ciała do położenia równowagi.

Współczynnik proporcjonalności  $D$ , nazywamy momentem kierującym. Zgodnie z teorią ruchu harmonicznego, okres drgań wahadła torsyjnego jest równy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{B}{D}}, \quad (1)$$

gdzie  $B$  to moment bezwładności.

Siła skręcająca jest styczna do przekroju powierzchni drutu  $S$ . Zakładamy, że siła ta powoduje odkształcenie sprężyste drutu (deformacja znika po ustąpieniu siły  $F_s$ ). Siła ta powoduje powstanie naprężenia stycznego  $\tau$  wyrażonego wzorem:

$$\tau = \dots, \quad (2)$$

Efekt działania takiego naprężenia nazywamy ścinaniem prostym.

Odształcenie mierzy się wtedy za pomocą tzw. kąta ścinania  $\gamma$ , tj. kąta jaki tworzy płaszczyzna pierwotna z płaszczyzną obróconą na skutek ścinania (patrz rysunek). Między wielkościami  $\tau$  i  $\gamma$  zachodzi związek znany jako prawo Hooke’a, które przyjmuje postać:

(3)

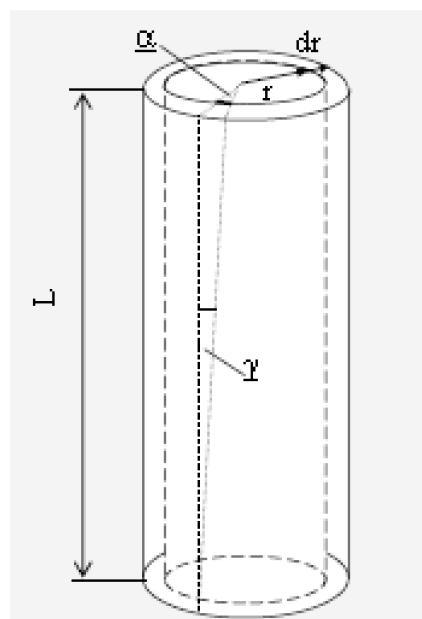
Współczynnik  $G$  jest zwany modułem sztywności lub modułem sprężystości postaciowej. Ma on wymiar  $\text{Nm}^{-2}\text{rad}^{-1}$  i charakteryzuje własności sprężyste materiału. Im jest większy, tym trudniej jest zmienić kształt ciała. Wartości jego wahają się od  $1,5 \cdot 10^6 \text{Nm}^{-2}\text{rad}^{-1}$  dla gumy miękkiej, do ok.  $8,5 \cdot 10^{10} \text{Nm}^{-2}\text{rad}^{-1}$  dla stali.

Można wyprowadzić związek między momentem kierującym  $D$  i modułem sztywności  $G$ :

$$D = \frac{\pi G r^4}{2L}, \quad (4)$$

gdzie

$r$  – promień drutu,



$L$  – długość drutu.

Dla wahadła z dołączoną bryłą, której moment bezwładności wynosi  $B_1$ , okres drgań wyraża się wzorem:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{B + B_1}{D}}. \quad (5)$$

Po podniesieniu obu stron równania do kwadratu mamy:

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 B}{D} + \frac{4\pi^2 B_1}{D}. \quad (6)$$

(7)

gdzie:  $B_1 = \frac{mR^2}{2}$  oznacza moment bezwładności dołączonej bryły,

$m$  – masę dodatkowych krążków obciążających tarczę,

$R$  – promień krążka.

Równanie to można zapisać w postaci:

$$y = b + ax, \quad y = T_1^2, \quad x = B_1, \quad b = T_0^2 = \frac{4\pi^2 B}{D}, \quad a = \frac{4\pi^2}{D} \quad (8)$$

W celu doświadczalnego potwierdzenia zależności (6) należy wykreślić krzywą  $T_1^2 = f(B_1)$ .

#### IV. Wykonanie ćwiczenia

Moduł sztywności wyznacza się za pomocą wahadła torsyjnego. Druk, na którym wisi tarcza jest sztywno zamocowany. W skład zestawu wchodzi dwa druty (stalowy i mosiężny), z których należy wybrać jeden, tarcza o nieznannej masie  $m_0$  służąca do wstępnego napięcia drutu i pięć krążków o masach  $m_1 = 0,285$  kg,  $m_2 = 0,390$  kg,  $m_3 = 0,385$  kg,  $m_4 = 0,640$  kg,  $m_5 = 0,640$  kg.

1. Zmierzyć dwukrotnie długość  $L$  badanego drutu.
2. W kilku miejscach (za pomocą śruby mikrometrycznej) zmierzyć średnicę drutu  $2r$ .
3. Zmierzyć średnicę krążków  $2R$  obciążających wahadło torsyjne.
4. Zamocować tarczę o masie  $m_0$  i krążek o masie  $m_1$  (tarcza powinna być zamocowana w całym cyklu pomiarowym).
5. Wprawić układ w drgania skrętne za pomocą rączki połączonej z górnym zawieszeniem drutu. Zmierzyć stoperem czas trwania 10 drgań  $t = 10 T$ .
6. Powtórzyć czynności z punktów 4, 5 dla układu mas:

$$m = m_0 + m_4$$

$$m = m_0 + m_1 + m_4$$

$$m = m_0 + m_4 + m_5$$

$$m = m_0 + m_2 + m_4 + m_5$$

$$m = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5$$

## WYZNACZANIE MODUŁU SZTYWNOŚCI METODĄ DYNAMICZNĄ

Imię i Nazwisko: .....

Rok i Kierunek: .....

Tabela pomiarowa

Długość drutu $L$ [m]	Średnica drutu $2r$ [m]	Średnica krążka $2R$ [m]	Masa krążka $m$ [kg]	Moment bezwładności $B_1$ [kg m <sup>2</sup> ]	Czas $t=10 T$ [s]	$T^2$ [s <sup>2</sup> ]
$L_{\acute{s}r} =$						

Wykonać wykres  $T_1^2 = f(B_1)$ .Do punktów pomiarowych dopasować prostą i wyznaczyć jej parametry  $a$  i  $b$  (metodą regresji liniowej).Obliczyć moment kierujący  $D$ :

$$D = \frac{4\pi^2}{a} =$$

 $a$  – współczynnik kierunkowy dopasowanej prostej.Obliczyć moduł sztywności  $G$ :

$$G = \frac{2LD}{\pi r^4} =$$

Obliczyć moment bezwładności tarczy:

$$B = \frac{bD}{4\pi^2} =$$

 $b$  – wyraz wolny dopasowanej prostej.

Oszacować niepewności pomiarów.

Tabela wyników obliczeń

Moment kierujący $D \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$	Moment bezwładności $B$ [kg m <sup>2</sup> ]	Moduł sztywności $G \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$	Wartość tablicowa modułu sztywności $G_{\text{tab}} \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$